الوحدة 3

الأسئلة الموضوعية

تطبيقات التفاضل

يتكون هذا السؤال من (40) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة أربعة بدائل، واحدة منها فقط صحيح، اختر رمز البديل الصحيح لكل منها:

(1) إذا كان $x^2 + 2y - y^2 = 5$ فإن $\frac{dy}{dx}$ هي:

a) $\frac{-2x}{1-y}$ b) $\frac{-x}{1-y}$

c) $\frac{-x}{2-2y}$ d) $\frac{-2x}{2-y}$

(2) إذا كان $cos\, x + ln\, y = 3$ فإن $\frac{dy}{dx}$ هي:

a) $-\sin x$ b) $-y \sin x$

c) $y \sin x$ d) $\sin x$

(3) إذا كان $(y-3)^2 = 4x - 20$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(6, 1)$ تساوي:

a) 1 b) 4

c) -4 d) -1

(4) إذا كان $y^2 = \ln x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(e, 1)$ تساوي:

a) $\frac{1}{2e}$ b) $\frac{1}{e^2}$

c) $\frac{e}{2}$ d) e^2

(5) إذا كان $x^3 - x^2y^2 = -9$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(3, -2)$ تساوي:

a) $\frac{-1}{12}$ b) -12

c) $\frac{1}{12}$ d) 12

(6) ميل المماس لمنحنى الاقتران $y = x^2 + 5x$ عندما $x = 3$ هو

a) 24 b) $-\frac{5}{2}$

c) 11 d) 8

(7) اذا كان $y^2 - x^2 = 1$ فإن ميل المماس لمنحنى العلاقة عند النقطة $(1, \sqrt{2})$ هو :

a) $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ b) $-\sqrt{2}$

c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{2}$

(8) ميل العمودي على المماس لمنحنى العلاقة $3x - 2y + 12 = 0$ هو :

a) 6 b) 3

c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{-2}{3}$

(9) أجد النقطة الواقعة على منحنى الاقتران $f(x) = x^3 + 3$ التي يكون عندها ميل المماس هو (12)؟

a) $(0, 3)$ b) $(2, 11), (-2, -5)$

c) $(2, 11)$ d) $(-2, -5)$

(10) أجد قيم (x) التي يكون عندها للاقتران $f(x) = x^4 - 3x^3 + 1$ مماساً افقياً

a) $\{0\}$ b) $\{4\}$

c) $\{0, 4\}$ d) $\left\{0, \frac{9}{4}\right\}$

(11) إذا كان $f(x) = \sqrt{x - 7}$ فإن معادلة المماس عندما $x = 16$ هي:

a) $y = -\frac{1}{6}x - \frac{1}{3}$ b) $y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$

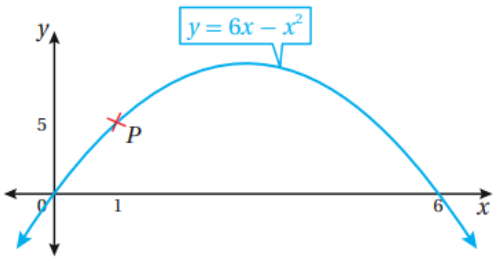
c) $y = -\frac{1}{6}x + \frac{8}{3}$ d) $y = \frac{1}{6}x - \frac{8}{3}$

(12) إذا كان $y^2 + xy + x^2 = 7$ فإن معادلة العمودي على المماس عند النقطة $(3, -2)$

a) $y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$ b) $y = \frac{-1}{4}x + \frac{3}{4}$

c) $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ d) $y = \frac{-1}{4}x - \frac{5}{4}$

(13) يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران $y = 6x - x^2$



أجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران عند النقطة p

a) $y = 4x + 1$ b) $y = 4x - 1$

c) $y = 4x - 4$ d) $y = 4x + 4$

(14) إذا كان $f(x) = ln\,(x+5)$ أجد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند نقطة تقاطعه مع المحور x

a) $y = x - 4$
b) $y = x + 4$
c) $y = -x + 4$
d) $y = -x - 4$

(15) أجد احداثي النقطة الواقعة على منحنى الاقتران $f(x) = \sqrt{x} - 1$ التي يكون عندها مماس منحنى الاقتران موازيا للمستقيم $y = 2x - 1$

a) $\left(\frac{1}{16}, \frac{-3}{4}\right)$
b) $\left(\frac{1}{16}, -1\right)$
c) $\left(\frac{1}{2}, \frac{-3}{4}\right)$
d) $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$

(16) إذا كان $f(x) = 2kx^4$ حيث k ثابت. فأجد قيمة k التي تجعل المستقيم $y = 24x - 5$ مماساً لمنحنى الاقتران $f(x)$ عندما $x = -1$

a) -8
b) -3
c) 24
d) 8

(17) اذا كان $f(x) = x - \frac{1}{x}$ فإن $f''(x)$ هي:

a) $1 + \frac{1}{x^2}$
b) $1 - \frac{1}{x^2}$
c) $\frac{2}{x^3}$
d) $-\frac{2}{x^3}$

(18) اذا كان $f(x) = ax^4 - 3x^2$ وكانت $f''(2) = 42$ فإن قيمة a تساوي:

a) $\frac{1}{2}$
b) 1
c) 2
d) -1

(19) اذا كان $f(x) = x^7 lnx$ فإن $\frac{d^2y}{dx^2}$ هي:

a) $13x^5 + 42x^5\,In\,x$
b) $7x^5 + 42x^5\,In\,x$
c) $6x^5 + 42x^5\,In\,x$
d) $55x^5\,In\,x$

(20) قيمة المشتقة الثانية للاقتران $f(x) = \frac{4}{\sqrt{3x-2}}$ عندما $x = 2$ هي:

a) $\frac{27}{32}$
b) $\frac{-27}{32}$
c) $\frac{27}{10}$
d) $\frac{-27}{10}$

☒ *يتحرك رامي في مسار مستقيم على لوح تزلج بحيث يمكن نمذجة موقعه باستعمال الاقتران* $s(t) = t^2 - 8t + 12$ *حيث* t *الزمن بالثواني و* s *الموقع بالأمتار أجب عن الأسئلة* $(21 - 23)$

(21) ما سرعة رامي المتجهة بعد 6 ثوان من بدء حركته؟

a) $12m/s$ b) $-8m/s$

c) $4m/s$ d) $2m/s$

(22) ما تسارع رامي بعد 6 ثوان من بدء حركته؟

a) $2m/s^2$ b) $0m/s^2$

c) $-8m/s^2$ d) $-6m/s^2$

(23) أجد قيم t التي يكون عندها رامي في حالة سكون لحظي

a) $1s$ b) $8s$

c) $2s$ d) $4s$

☒ يمثل الاقتران $s(t) = 2 + 7t - t^2 \, , t \geq 0$ موقع جسم يتحرك على مسار مستقيم، حيث s الموقع بالامتار و t الزمن بالثواني أجب عن الأسئلة $(24 - 25)$

(24) اللحظة التي تكون فيها حركة الجسم في الاتجاه السالب هي:

a) $t = 1$ b) $t = 2$

c) $t = 3.5$ d) $t = 4$

(25) اللحظة التي يكون فيها الجسم في حالة سكون لحظي هي:

a) $t = 1$ b) $t = 2$

c) $t = 3.5$ d) $t = 4$

(26) *إذا مثل الاقتران* $s(t) = t^3 - 12t - 9 \, , \, t \geq 0$ *موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث* s *الموقع بالأمتار و* t *الزمن بالثواني فما سرعة الجسم عندما يكون تسارعه صفرا*

a) $12m/s$ b) $5m/s$

c) $3m/s$ d) $9m/s$

(27) إذا مثل الاقتران $s(t) = 2t^3 - 24t,\ t \geq 0$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث s الموقع بالأمتار و t الزمن بالثواني فما تسارع الجسم عندما تنعدم سرعته؟

a) $24m/s^2$ b) $18\ m/s^2$

c) $12m/s^2$ d) $-18m/s^2$

(28) يمثل الاقتران $s(t) = (t-2)^3,\ t \geq 0$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم حيث s الموقع بالأمتار و t الزمن بالثواني. أجد قيم t التي تكون عندها السرعة المتجهة تساوي $27\ m/s$ ؟

a) $t = 18$ b) $t = 3$

c) $t = 9$ d) $t = 5$

(29) إذا كان الاقتران $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ فإن قيم x الحرجة هي:

a) $-2, 2$ b) $-2, 1$

c) -2 d) 1

(30) قيمة x التي عندها قيمة صغرى محلية للاقتران: $f(x) = x^4 - 32x$ هي:

a) 2 b) -2

c) 1 d) -1

(31) القيمة الصغرى المحلية للاقتران $f(x) = x^3(x-2)$ هي:

a) $\frac{-27}{16}$ b) 0

c) -27 d) $\frac{3}{2}$

(32) النقطة العظمى المحلية للاقتران $f(x) = (3x-2)^3 - 9x$ هي:

a) $(\frac{1}{3}, -4)$ b) $(1, 54)$

c) $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ d) $\left(1, \frac{1}{3}\right)$

♠ وجد خبير تسويق أنه لبيع x حاسوباً من نوع جديد، فإن سعر الحاسوب الواحد (بالدينار) يجب أن يكون: $S(x) = 100 - x$ حيث x عدد الأجهزة المبيعة. إذا كانت تكلفة إنتاج x من هذه الأجهزة تعطى بالاقتران: $C(x) = 3000 + 20x$ فأجب عن الأسئلة من $(33 - 36)$

(33) أجد اقتران الربح؟

a) $1000 - 2x$ b) $1000x - x^2$

c) $-2x + 980$ d) $-x^2 + 980x - 3000$

(34) أجد اقتران الإيراد الحدي؟

a) $1000 - 2x$
b) $1000x - x^2$
c) $-2x + 980$
d) $-x^2 + 980x - 3000$

(35) أجد عدد القطع الأجهزة التي يجب انتاجها وبيعها لتحقيق أكبر رمح ممكن؟

a) 2
b) 1000
c) 490
d) 49

(36) أجد سعر الجهاز الواحد من المنتج الذي يحقق أكبر ربح ممكن؟

a) 490
b) 510
c) 1000
d) 675

(37) إذا كان المتغيران w و u مرتبطين بالعلاقة $u = 150\sqrt[3]{w^2}$ وكانت قيمة المتغير w تزداد بمرور t وفقا للعلاقة $w = 0.05t + 8$ ، فأجد معدل تغير u بالنسبة الى الزمن عندما $w = 64$

a) 5
b) 0.05
c) 0.25
d) 1.25

(38) تتناقص أطوال مكعب بمعدل $6\ cm/s$ ، أجد معدل تغير حجم المكعب عندما يكون طول ضلعه $30\ cm$ علما بأن العلاقة التي تربط بين حجم المكعب (V) وطول ضلعه (x) هي $V = x^3$

a) $-6\ cm^3/s$
b) $-16200\ cm^3/s$
c) $-540\ cm^3/s$
d) $-5400\ cm^3/s$

(39) يزداد نصف قطر فقاعة صابون كروية الشكل بمعدل $0.5\ cm/s$ ، أجد سرعة زيادة مساحة سطح الفقاعة عندما يكون نصف قطرها $3cm$ ،علما بأن العلاقة التي تربط بين مساحة سطح الفقاعة (A) ونصف قطرها (r) هي: $A = 4\pi r^2$

a) $12\pi\ cm^2\ /s$
b) $24\pi\ cm^2\ /s$
c) $12\ cm^2\ /s$
d) $24\ cm^2\ /s$

(40) نفخت ماجدة بالونا على شكل كرة، فازداد حجمه بمعدل $800\ cm^3/s$ أجد معدل زيادة نصف قطر البالون عندما يكون طول نصف قطره $60\ cm$ علما بأن العلاقة التي تربط بين حجم البالون (V) ونصف قطره (r) هي:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

a) $\frac{1}{36\pi}\ cm\ /s$
b) $18\pi\ cm\ /s$
c) $36\pi\ cm\ /s$
d) $\frac{1}{18\pi}\ cm\ /s$

الوحدة 3
الأسئلة المقالية
تطبيقات التفاضل

السـؤال الأول:

أ) إذا كان $\ln(xy) = x^2 + y^2$ فأثبت ان $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2y-y}{x-2xy^2}$

ب) أجد معادلة المماس لمنحنى العلاقة

$$x^2 + 6y^2 = 10 \ , x = 2$$

ج) إذا كان $f(x) = 6 - x^2$:

1) أجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند كل من النقطة $(-1,5)$ والنقطة $(1,5)$ مبرراً إجابتي

2) أجد نقطة تقاطع المماسين من الفرع السابق مبرراً اجابتي

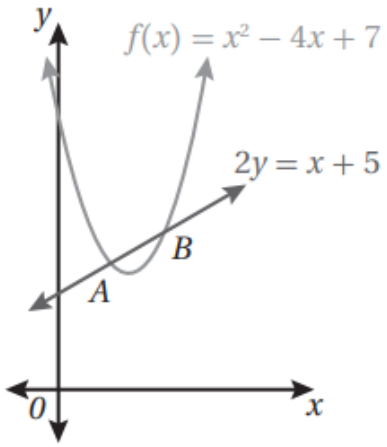
د) يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x) = x^2 - 4x + 7$

والمستقيم $2y = x + 5$

1) أجد احداثي كل من النقطة A والنقطة B

2) أجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$

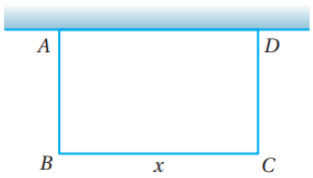
عند كل من النقطة A والنقطة B



السـؤال الثاني:

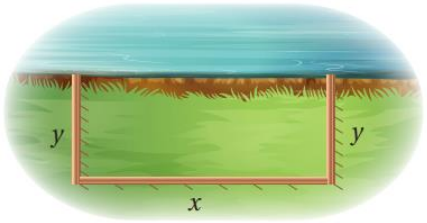
أ) *إذا كان* $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{(5-3x^2)^6}$ *فأثبت أن* $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{5+33x^2}{(5-3x^2)^7}$

ب) يمثل الشكل المجاور مخططًا لحديقة منزلية على شكل مستطيل أنشئت مقابل جدار، إذا كان محيط الحديقة من دون الجدار $300\ m$، فأوجد كلًا مما يأتي:



1. المقدار الجبري الذي يمثل طول الضلع AB بدلالة x.
2. اقتران المساحة للحديقة بدلالة x.
3. بُعدي الحديقة اللذين يجعلان مساحتها أكبر ما يمكن.

ج) خطط مزارع لتسييج حظيرة مستطيلة الشكل قرب نهر كما في الشكل التالي، وحدد مساحة الحظيرة $245000\ m^2$ لتوفير كمية عشب كافية لأغنامه. أوجد طول الحظيرة التي تجعل طول السياج أقل ما يمكن، علمًا بأن الجزء المقابل للنهر لا يحتاج الى تسييج.

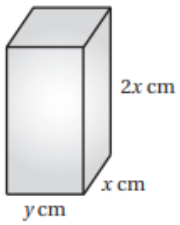


السـؤال الثالث:

أ) أراد مصنع إنتاج علب من الكرتون على شكل متوازي مستطيلات مغلق، بحيث يكون حجم كل منها $1000\ cm^3$ وقاعدتها مربعة الشكل. أوجد أبعاد العلبة الواحدة التي تجعل كمية الكرتون المستعملة لصنعها اقل ما يمكن.

ب) لدى حدّاد صفيحة معدنية مساحتها $54\ cm^2$ أراد الحدّاد أن يصنع منها خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات مغلق، وأن يكون الخزان مفتوحًا من الأمام، وقاعدته مربعة الشكل. أجد أبعاد الخزان التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن.

ج) يُبين الشكل المجاور قالبًا يستعمل لصُنع لبنات البناء وتبلغ مساحة سطحه الكلية $600\ cm^2$.



1) أوجد الاقتران الذي يمثل حجم القالب بدلالة x

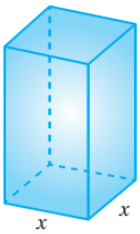
2) أوجد قيمة x التي تجعل حجم القالب أكبر ما يمكن.

د) سلك طوله $20\ cm$ إذا أُريد ثني السلك ليحيط بالمستطيل التالي، فأوجد أكبر مساحة مغلقة يمكن إحاطة السلك بها.

$(10 - x)\ cm$ | $(x)\ cm$

السـؤال الرابع:

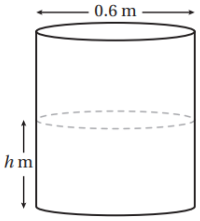
أ) يبين الشكل الآتي صندوقًا على شكل متوازي مستطيلات، إذا كانت قاعدة الصندوق مربعة الشكل، وطول ضلع القاعدة $x\ cm$ ومجموع أطواله أحرفه $144\ cm$، فأوجد كلًا مما يأتي:



1) الاقتران الذي يمثل حجم الصندوق بدلالة x.

2) قيمة x التي تجعل حجم الصندوق أكبر ما يمكن.

ب) يبين الشكل المجاور خزان ماء أسطواني الشكل. إذا كانت كمية الماء في الخزان تزداد بمعدل $0.4m^3/s$ فأجد معدل تغير عمق الماء فيه (h) علما بأن العلاقة التي تربط بين حجم الخزان (V) وارتفاعه (h) هي: $V = \pi r^2 h$



ج) خزان وقود أسطواني الشكل وقطر قاعدته $2m$ ، إذا ملئ الخزان بالوقود بمعدل $0.5\ m^3/min$ ، فأجد معدل تغير ارتفاع الوقود فيه، علما بأن العلاقة التي تربط بين حجم الخزان (V) وارتفاعه (h) هو:

$$V = \pi r^2 h$$

د) يخرج الهواء من منطاد كروي الشكل بمعدل ثابت مقداره $0.6\ cm^3/s$, أجد معدل تناقص نصف قطر المنطاد عند اللحظة التي يكون فيها نصف القطر $2.5\ m$ علما بأن العلاقة التي تربط بين حجم المنطاد (v) ونصف قطره (r) هي

$$v = \frac{4}{3}\pi r^3$$

الإجابات

الوحدة 3 الأسئلة الموضوعية
تطبيقات التفاضل

(1)	B	(2)	C	(3)	D	(4)	A	(5)	A	(6)	C
(7)	C	(8)	D	(9)	B	(10)	D	(11)	B	(12)	D
(13)	A	(14)	D	(15)	A	(16)	B	(17)	D	(18)	B
(19)	A	(20)	A	(21)	C	(22)	A	(23)	D	(24)	D
(25)	C	(26)	A	(27)	A	(28)	D	(29)	B	(30)	A
(31)	A	(32)	A	(33)	D	(34)	A	(35)	C	(36)	B
(37)	D	(38)	B	(39)	A	(40)	D				

الوحدة 3 الأسئلة المقالية
تطبيقات التفاضل

السـؤال الأول:

أ) اثبات

ب) $y=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$, $y=\frac{-1}{3}x+\frac{5}{3}$

ج) 1) $(1,5)\rightarrow y=-2x+7$ $(-1,5)\rightarrow y=2x+7$

2) $(0,7)$

د) 1) $A\left(\frac{3}{2},\frac{13}{4}\right)$ و $B(3,2)$

2) $B\rightarrow y=2x-2$ $A\rightarrow y=-x+\frac{19}{4}$

السـؤال الثاني:

أ) ***اثبات***

ب)

1. $AB = 150 - \frac{x}{2}$
2. $A(x) = 150x - \frac{x^2}{2}$
3. بُعدي الحديقة هما $75\ m$, $150\ m$

ج) طول الحظيرة $x = 700m$

السـؤال الثالث:

أ) أبعاد العلبة 10 , 10 , 10

ب) أبعاد الخزان $\frac{9}{\sqrt{18}}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{18}$

ج)

1) $V(x) = \frac{600x - 4x^3}{3}$
2) $x = \sqrt{50}$

د) أكبر مساحة هي $25cm^2$

السـؤال الرابع:

أ)

1) $V(x) = 36x^2 - 2x^3$
2) $x = 12$

ب) $\frac{40}{9\pi}\ m/s$

ج) $\frac{0.5}{\pi} m/min$

د) $\frac{-3}{125\pi} cm/s$